LAHENDUSED 9.klass

1.<u>Vastus:</u> auhinnafondi suurus on 2400 eurot, A panus on 480 eurot ja B panus on 720 eurot

<u>Lahendus:</u>

Tingimusest „kui ettevõte A oleks panustanud 2 korda suuremat rahasummat, siis auhinnafondiks kogutud rahasumma oleks 20% suurem“ järeldub, et ettevõte A eraldas täpselt 20% auhinnafondiks kogutud rahasummast.

Tingimusest „kui ettevõte B oleks panustanud 2 korda väiksemat rahasummat, siis auhinnafondiks kogutud rahasumma oleks 15% väiksem“ järeldub, et ettevõte B eraldas täpselt 30% auhinnafondiks kogutud rahasummast.

Järelikult ettevõte C eraldas täpselt 100%-20%-30%=50% auhinnafondiks kogutud rahasummast.

Seega auhinnafond oli $1200 \cdot 2 = 2400$ eurot. Ettevõte A panustas sinna $0{,}2 \cdot 2400 = 4800$ eurot ja ettevõte B panustas $0{,}3 \cdot 2400 = 720$ eurot.

<u>Hindamine</u>:

- leitud, et A panus on 20% kogutud rahasummast (1p)
- leitud, et B panus on 30% kogutud rahasummast (1p)
- leitud, et C panus on 50% kogutud rahasummast (1p)
- leitud, et auhinnafondi suurus on 2400 eurot (1p)
- leitud, et A panus on 480 eurot (1p)
- leitud, et B panus on 720 eurot (1p)
- saadud vastuse sisuline kontroll (1p)

2.<u>Vastus:</u> a) 1120; b) kahel

<u>Lahendus:</u>

a) On lihtne näha, et kirjutatud arvude seas on 9 ühekohalist, 9 kahekohalist, 9 kolmekohalist täisarvu jne. Kuna $2012 = 223 \cdot 9 + 5$, siis suurim tahvlile kirjutatud arv on 224-kohaline ja koosneb numbritest 5. Selle arvu numbrite summa on $5 \cdot 224 = 1120$.

b) Arv 1000 jagub viie ühekohalise arvuga: 1, 2, 4, 5 ja 8. Teame, et kirjutatud arvudest suurim on 224-kohaline. Seega nende seas ei ole arvu, mis koosneb 1000-st numbrist 1 (kuna see on 1000-kohaline), 500-st numbrist 2 (kuna see on 500-kohaline) ja 250-st numbrist 4 (kuna see on 250-kohaline). Järelikult tahvlile on kirjutatud ainult kaks täisarvu numbrite summaga 1000: numbritest 5 koosnev 200-kohaline arv ja numbritest 8 koosnev 125-kohaline arv.

Hindamine:

- põhjendatud, et suurim tahvlile kirjutatud arv koosneb numbritest 5 (2p)
- leitud tahvlile kirjutatud suurima arvu numbrite summa 1120 (2p)
- leitud kirjutatud arvude seast kaks arvu numbrite summaga 1000 (2p)
- põhjendatud, et täpselt kahel arvul on numbrite summa 1000 (1p)

Ainult õige osa a) vastuse eest anda 2 punkti. Ainult õige osa b) vastuse eest punkte ei anta.

3. Vastus: $30^0, 60^0, 90^0$

Lahendus:

Vaatleme kolmnurka AKC. Teame, et see on võrdhaarne alusega AC, st $|AK| = |CK|$. Teiselt poolt, lõik CL on selle kolmnurga kõrgus, sest kolmnurk ALC on täisnurkne täisnurgaga CLA. Lõik CL on ka selle kolmnurga mediaan, sest L on lõigu AK keskpunkt. Seega ACK on võrdhaarne kolmnurk alusega AK, st $|AC| = |CK|$. Kokkuvõttes saame, et $|AK| = |CK| = |AC|$, st kolmnurk AKC on võrdkülgne. Järelikult $\angle CAB = 60^0$ ja $\angle CKA = 60^0$.

Et K on lõigu AB keskpunkt, siis $|AK| = |BK|$. Arvestades võrdust $|AK| = |CK|$ saame, et $|BK| = |CK|$, st kolmnurk BKC on võrdhaarne. Teame, et võrdhaarse kolmnurga alusnurgad on võrdsed, st $\angle KBC = \angle KCB$. Kuna CKA on kolmnurga BKC välisnurk, siis $\angle CKA = \angle KBC + \angle KCB = 60^0$, millest järeldame, et $\angle ABC = \angle KBC = 30^0$. Seega $\angle ACB = 180^0 - \angle CAB - \angle ABC = 180^0 - 30^0 = 90^0$.

Hindamine:

- tõestatud, et kolmnurk AKC on võrdkülgne (2p)
- põhjendatud, $\angle CAB = 60^0$ (1p)
- tõestatud, et kolmnurk BKC on võrdhaarne (2p)
- põhjendatud, et $\angle ABC = 30^0$ (1p)
- arvutatud, et $\angle ACB = 90^0$ (1p)

Ainult õige vastuse eest anda 2p.

4. <u>Vastus:</u> a) ei; b) jah

Lahendus:

Sellest, et mõlemad arvud a ja $b+c$ jaguvad 2-ga, saame järeldada, et ka nende summa $a+(b+c)=a+b+c$ peab 2-ga jaguma. Et b ja $a+c$ jaguvad 3-ga, siis ka $b+(a+c)=a+b+c$ jagub 3-ga. Et c ja $a+b$ jaguvad 5-ga, siis ka $c+(a+b)=a+b+c$ jagub 5-ga.

Järelikult summa $a+b+c$ jagub 2-ga, 3-ga ja 5-ga. Kuna arvud 2, 3 ja 5 on ühistegurita, siis arv $a+b+c$ peab jaguma nende korrutisega ehk 30-ga.

a) Kuna arv 100 ei jagu 30-ga, siis summa $a+b+c$ väärtuseks arv olla ei saa.

b) Arv 120 jagub 30-ga. Seega positiivse vastuse kinnitamiseks tuleb leida selline kolmik (a,b,c), mis rahuldab ülesande tingimusi. Selliseks kolmikuks sobib nt $(2,3,115)$. Seda on võimalik leida nt järgmiselt. Kuna a jagub 2-ga, b jagub 3-ga ja c jagub 5-ga, siis leiduvad sellised positiivsed täisarvud x, y ja z, et $a=2x$, $b=3y$ ja $c=5z$. Siis võttes võrduses $2x+3y+5z=120$ arvude x ja y väärtusteks arvu 1 saame $z=23$, millest $a=2$, $b=3$ ja $c=115$.

Hindamine:

- põhjendatud, et $a+b+c$ jagub eraldi 2-ga, 3-ga ja 5-ga (3p)
- põhjendatud, et $a+b+c$ jagub 30-ga (1p)
- järeldatud, et $a+b+c$ väärtuseks arv 100 olla ei saa (1p)
- leitud mingi kolmik (a,b,c), mis rahuldab ülesande tingimusi ja mille korral $a+b+c=120$ (2p)

Ainult õige vastuse eest punkte ei anta.

5. <u>Vastus:</u> $36^{89} > 24^{98}$

Lahendus:

Kehtivad seosed $36^{89}=(2^2\cdot 3^2)^{89}=2^{178}\cdot 3^{178}$ ja $24^{98}=(2^3\cdot 3)^{98}=2^{294}\cdot 3^{98}$.

Jagame mõlemad arvud nende suurima ühisteguriga $2^{178}\cdot 3^{98}$ ja otsustame, kumb arvudest on suurem, kas 3^{80} või 2^{116}.

Kuna $3^{80}=9^{40}$ ja $2^{116}=2^2\cdot 8^{38}$, siis esimene arv on suurem, sest $9^{40}=9^2\cdot 9^{38}>2^2\cdot 8^{38}$.

Järelikult arv 36^{89} on arvust 24^{98} suurem.

Hindamine:

- kasutatud ülesande lahendamisel etteantud arvude jagamist ühe ja sama arvuga (1p)
- näidatud, et arvude 36^{89} ja 24^{98} võrdlus on sama, mis arvude 3^{80} ja 2^{116} võrdlus (2p)
- tõestatud, et arv 3^{80} on arvust 2^{116} suurem (3p)
- õige vastus (1p)